

УДК 622.013

DOI: 10.17122/ngdelo-2018-6-13-19

ОПЕРАТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОСТУПАТЕЛЬНЫМ ДВИЖЕНИЕМ СИСТЕМЫ «ДОЛОТО — ЗАБОЙ»**OPERATIONAL CONTROL OF THE FORWARD MOVEMENT OF THE «CHISEL — HOLE BOTTOM» SYSTEM****С.С. Александров**
Stanislav S. Aleksandrov**М.Г. Юмагулов**
Marat G. YumagulovУфимский государственный
нефтяной технический
университет,
г. Уфа, Российская ФедерацияБашкирский государственный
университет,
г. Уфа, Российская ФедерацияUfa State Petroleum
Technological University,
Ufa, Russian FederationBashkir State University,
Ufa, Russian Federation

В статье предлагается новая математическая модель процесса бурения глубоких скважин, учитывающая взаимодействие буровой колонны с забоем скважины (система «долото — забой»). Получены уравнения, описывающие поступательное движение долота с учетом углубления скважины. Основное внимание уделено рассмотрению задачи оперативного управления поступательным движением буровой колонны. В качестве управляющего параметра предлагается рассматривать внешнюю нагрузку на долото. Получены условия на управляющий параметр, обеспечивающие наиболее эффективное функционирование системы. Разработана динамическая модель поступательного движения в системе «долото — забой», объясняющая механизмы возникновения колебательных и резонансных явлений. Предложенная модель может быть полезна при решении задач оперативного управления процессом бурения скважин с целью повышения эффективности работы в различных условиях при изменяющейся глубине скважины, а также для разработки соответствующих автоматизированных информационно-управляющих систем. Полученные условия оптимального функционирования системы «долото — забой» позволяют оценить влияние на показатели эффективности разрушения забоя основных конструктивных параметров долота, а также определять геологические параметры забоя по динамическим характеристикам долота.

The article proposes a new mathematical model of deep hole drilling process, which takes into account the interaction of the drill string with the bottom hole («chisel — hole bottom» system). Equations describing the forward movement of the chisel taking into account the hole deepening are obtained. The main attention is paid to the problem of operational control of the forward movement of the drill string. As a control parameter, it is suggested to consider the external load on the chisel. Conditions for the control parameter, which ensure the most efficient functioning of the system are obtained. A dynamic model of forward movement in the «chisel — hole bottom» system, which explains the mechanisms of the origin of vibration and resonant phenomena is developed. The proposed model can be useful in solving problems of operational control of the drilling process with the aim of the operation efficiency increasing under different conditions with varying depth of the well, and also for the development of appropriate automated information and control systems. The obtained conditions for the optimal functioning of the «chisel — hole bottom» system make it possible to evaluate the effect on the indicators of the bottom hole destruction efficiency of the main design parameters of the chisel, and also to determine the geological parameters of the bottom by the dynamic characteristics of the chisel.

Ключевые словаскважина, бурение, долото,
забой, математическая модель,
управление, колебания**Key words**borehole, drilling, chisel,
hole bottom, mathematical model,
control, oscillations

1. Введение и постановка задачи

Бурение разведочных, эксплуатационных и других категорий скважин характеризуется большой капитало- и энергоемкостью технологических операций. Объемы буровых работ как в мире, так и в отечественной промышленности растут и требуют новых технико-технологических и инструментальных решений для снижения затрат на их реализацию. Фундаментальной основой поиска таких решений является разработка и исследование математических моделей, адекватно отражающих сложные процессы бурения скважин.

Благодаря исследованиям многих отечественных и зарубежных ученых изучены основные показатели процесса бурения скважин различными типами породоразрушающего инструмента, предложены и исследованы математические модели для многих этапов процесса бурения, учитывающие взаимодействие буровой колонны с забоем скважины [1, 2]. Значительная часть исследований направлена на экспериментальное определение математических моделей [3–7]. В ряде работ основное внимание было уделено изучению вопросов возникновения колебательных режимов, и в частности автоколебаний в буровой колонне [8, 9].

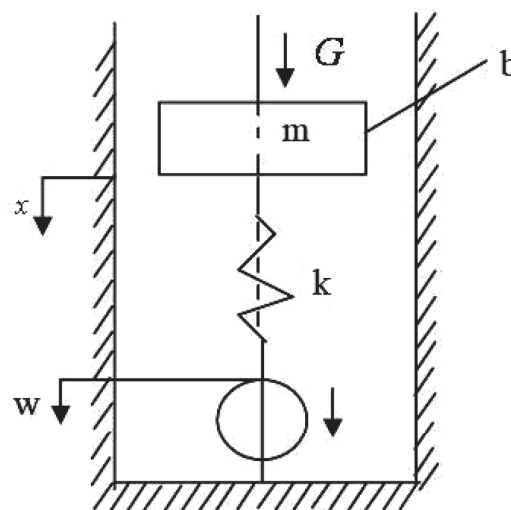
Эффективность процесса бурения скважин во многом определяется правильным регулированием движения долота при бурении скважины. В ряде работ рассматривались вопросы, посвященные изучению соответствующих задач управления [1, 2, 10]. Однако в этих работах описываются лишь отдельные стороны процесса бурения, без их взаимосвязи с другими, в частности без взаимосвязи поступательного движения долота и перемещения вращающихся шарошек с учетом таких параметров, как диаметр долота, его размеры, форма и вес, средние радиусы и углы образующих шарошек, геометрическая форма и количество зубцов и т. д. Разработка и анализ задачи оперативного управления процессом бурения общего вида представляются актуальным и важным направлением исследований, позволяющим существенно повысить эффективность процесса бурения геологоразведочных скважин в различных условиях при изменяющейся глубине скважины.

В настоящей статье предлагается разработка новой качественной математической модели системы «долото — забой», описывающей поступательное движение долота с учетом углубления скважины. Одной из важнейших

возникающих при этом задач является задача оперативного управления поступательным движением долота с целью наиболее эффективной работы системы. Для решения этой задачи в качестве управляющего параметра предлагается рассматривать внешнюю нагрузку на долото. Это позволяет получить условия, при которых работа системы «долото — забой» будет наиболее эффективной.

2. Система «долото — забой»

Система «долото — забой» представляет собой [1, 2, 10, 11] сложную техническую конструкцию, имеющую значительные линейные размеры (сотни метров). Масса этой конструкции также значительна (десятки тонн); эта масса распределена по всей конструкции буровой колонны. Схематично система «долото — забой» изображена на рисунке 1.



G — внешняя нагрузка на долото; m — масса буровой колонны; k — жесткость разрушаемой и эвакуируемой породы; b — трение (демпфирующая сила) от поступательного движения долота; x — перемещение долота; w — перемещение, определяемое источником скорости, роль которого выполняет вооружение вращающихся шарошек. Долото опирается через источник скорости на дно скважины

Рисунок 1. Система «долото — забой» при поступательном движении

Ведущую роль при бурении играет взаимодействие породоразрушающего инструмента (вращающегося под нагрузкой шарошечного долота) с горной породой (забоем). Для изучения этого взаимодействия необходимо составить математическую модель процесса бурения, которая должна учитывать основные

элементы и факторы, влияющие на углубление забоя.

Функция $G(t)$ описывает регулируемый вес буровой колонны. Эта функция одновременно описывает и давление буровой колонны на источник скорости и, следовательно, на дно скважины. Функция $G(t)$ может быть представлена в виде $G(t) = P_0 - G_u(t)$, где $P_0 = mg$ — вес буровой колонны, $G_u(t)$ — неотрицательная функция, такая, что $0 \leq G_u(t) \leq P_0$. Функция $G(t)$ будет рассматриваться как управляющий параметр системы. Основной задачей, рассматриваемой в настоящей статье, будет задача конструирования такого управления $G(t)$, при котором обеспечивается наиболее эффективное бурение скважины.

Приведем более точную постановку задачи. Для простоты будем считать, что грунт в основании забоя является однородным: другими словами, жесткость k разрушаемой и эвакуируемой породы не изменяется по мере углубления скважины.

В силу конструктивных особенностей системы «долото — забой» реальное ее функционирование происходит тогда, когда функция $G(t)$ удовлетворяет неравенствам $0 < G_{\min} \leq G(t) \leq G_{\max} < P_0$ при некоторых G_{\min} и G_{\max} . Если $G(t) < G_{\min}$, то оказываемое буровой колонной давление на источник скорости является недостаточным для того, чтобы работа долота приводила к углублению скважины, т. е. долото работает «вхолостую». Если же $G(t) > G_{\max}$, то оказываемое буровой колонной давление на источник скорости является излишне чрезмерным; в этом случае работа долота прекращается, а дальнейшее увеличение $G(t)$ может привести к разрушению конструктивных элементов системы.

Отметим, что скорость углубления долота как функция давления $G(t)$ на источник скорости имеет параболический характер [10]: при увеличении $G(t)$ скорость углубления сначала растет, а затем (при дальнейшем увеличении $G(t)$) после достижения некоторого максимального значения начнет убывать. При этом максимальная скорость углубления достигается при значениях $G(t)$ из относительного узкого диапазона значений:

$$G_{\min} < G_0 - g_0 \leq G(t) \leq G_0 + g_0 < G_{\max}, \quad (1)$$

где $g_0 > 0$ и $G_0 = (G_{\min} + G_{\max})/2$.

Поступательное движение $w = w(t)$ системы «долото — забой» осуществляется источником скорости. В силу конструктивных

особенностей долота функция $w(t)$ может быть описана равенством вида $w(t) = h_0 e^{-t/\tau} w_0(t)$, в котором h_0 — начальная высота вооружения (зубьев) долота, τ — постоянная износа вооружения (зубьев), а функция $w_0(t)$ может быть определена равенством

$$w_0(t) = m \left(j + \sin \left(\omega t - \frac{\pi j}{2} \right) \right),$$

$$\frac{\pi j}{2} \leq \omega t < \frac{\pi(j+1)}{2} \quad (j = 0, 1, 2, \dots), \quad (2)$$

в котором m — число шарошек, $\omega = 2\pi\nu l$, ν — число оборотов долота в единицу времени, l — число зубьев шарошек.

Ниже основными будут следующие задачи. Пусть давление $G(t)$ в начальный момент $t = 0$ находится в оптимальном диапазоне (1). Требуется, во-первых, для данного движения $w = w(t)$ источника скорости сконструировать такое управление нагрузкой $G(t)$ при $t > 0$, при котором обеспечивается наиболее эффективное бурение скважины, т. е. чтобы значение давления $G(t)$ оставалось в диапазоне (1) при $t > 0$. Во-вторых, изучить возможность возникновения колебательных явлений в системе «долото — забой».

3. Оптимизация режима работы системы

3.1. Растяжение и сжатие буровой колонны

При $G(t) = P_0$ буровая колонна окажется под воздействием максимально возможной вертикальной нагрузки равной P_0 , а при $G(t) = 0$ она фактически окажется подвешенной. В силу конструктивных особенностей в первом случае буровая колонна будет сжатой, и ее линейные размеры сократятся, а во втором случае увеличатся. Указанное означает, что буровую колонну можно рассматривать как пружину с жесткостью k . Это предположение принимается в настоящей статье. Обсудим указанное предположение более детально.

Пусть в некоторый момент времени t_0 выполнено равенство $G(t_0) = 0$. В этом случае колонну можно рассматривать как полностью растянутую пружину. При этом растяжение не является равномерным: наибольшее растяжение имеет место в верхней части колонны, а в самой нижней ее части оно практически отсутствует. Пусть $L_{\text{раст}}$ — длина буровой колонны в указанном состоянии.

Пусть теперь в момент времени t_0 выполнено равенство $G(t_0) = P_0$. Тогда буровая колонна всем своим весом P_0 опирается на дно скважины и ее можно рассматривать как пол-

ностью сжатую пружину. При этом сжатие не является равномерным: наибольшее сжатие имеет место в нижней части колонны, а в самой верхней ее части оно практически отсутствует. Пусть $L_{сж}$ — длина пружины в указанном состоянии; тогда $L_{сж} < L_{раст}$.

Пусть, наконец, в момент времени t_0 имеем: $0 < G(t_0) < P_0$. В этом случае верхнюю часть буровой колонны можно рассматривать как растянутую пружину, а нижнюю часть — как сжатую пружину. При этом в верхней части колонны наблюдается наибольшее растяжение, а в нижней ее части будет наибольшее сжатие. Вес сжатой части пружины будет равен $G(t_0)$, а вес растянутой части равен $G_u(t_0) = P_0 - G(t_0)$. Пусть $L_r(G(t_0))$ и $L_s(G(t_0))$ — это длины верхней (растянутой) и нижней (сжатой) части пружины в указанном состоянии соответственно. Тогда естественно считать выполненными равенства $L_r(G(t_0)) = \beta L_{раст}$ и $L_s(G(t_0)) = (1 - \beta) L_{сж}$, где $\beta = (P_0 - G(t_0))/P_0$.

3.2. Функционирование системы «долото — забой»

Полный учет особенностей, влияющих на функционирование системы «долото — забой», сильно усложняет задачу определения оптимальных режимов ее поступательного движения. В настоящей работе указанная задача изучается при следующих упрощениях. Во-первых, как было отмечено выше, буровая колонна будет рассматриваться как пружина, обладающая жесткостью k . При этом основное внимание будет уделено рассмотрению движения нижней (сжатой) части буровой колонны. Во-вторых, для простоты будет предполагаться, что вся масса нижней части колонны сосредоточена в точке M_0 , ограничивающей растянутую и сжатую часть колонны.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ давление $G(0)$ находится в оптимальном диапазоне значений (1); для определенности пусть $G(0) = G_0$. В этом случае растянутая и сжатая части буровой колонны вычисляются по формулам: $L_{r0} = \beta_0 L_{раст}$, $L_{s0} = (1 - \beta_0) L_{сж}$, в которых $\beta_0 = (P_0 - G_0)/P_0$. Обозначим через m_{r0} и m_{s0} массы растянутой и сжатой частей колонны соответственно в указанный момент времени $t = 0$.

Пусть при $t > 0$ имеем $w(t) > 0$ и $\Delta G_1 > 0$. Тогда длина и масса сжатой части пружины будут равны:

$$L_s(w, \Delta G_1) = L_{s0} - \alpha_1 w + \frac{\Delta G_1}{P_0} L_{сж}, \quad (3)$$

$$m_s(w, \Delta G_1) = \left(1 - \frac{\alpha_1 w}{L_{s0}}\right) m_{s0} + \Delta m_1. \quad (4)$$

Положительный коэффициент α_1 в этих равенствах определяется характеристиками буровой колонны.

3.3. Оптимизация работы системы «долото — забой»

Пусть теперь начальные значения L_{r0} , m_{r0} , L_{s0} и m_{s0} длин и масс растянутой и сжатой частей буровой колонны соответствуют оптимальному режиму функционирования системы «долото — забой», т.е. при $t = 0$ выполнены соотношения (1). Пусть

$$\Delta G_1 = \frac{\alpha_1 w}{L_{s0}} m_{s0} g, \quad (5)$$

тогда из (4) следует, что будет выполнено равенство:

$$m_s(w, \Delta G_1) = m_{s0}. \quad (6)$$

Следовательно, если выполнено равенство (5), то граница между сжатой и растянутой частями пружины будет находиться в точке:

$$x_0(w) = \gamma_0 w, \quad (7)$$

где $\gamma_0 = 1 + \alpha_1 \left(1 - \frac{m_{s0} L_{раст}}{m_0 L_{s0}}\right) > 0$.

Из формулы (4) следует, что если величина m_{s0} соответствует оптимальному режиму функционирования системы, то оптимальным будет такое управление параметром $G(t)$, при котором приращение ΔG_1 нагрузки G является линейной функцией (5) от приращения $w(t)$ источника скорости. В этом случае (в силу (6)) масса сжатой части буровой колонны будет оставаться постоянной, и, следовательно, оказываемое буровой колонной давление на дно скважины также будет постоянным, равным оптимальному значению $G_{s0} = m_{s0} g$. Отметим также, что в силу моделирования функции $w = w(t)$ в виде $w(t) = h_0 e^{-\tau t} w_0(t)$ предлагаемое управление может учитывать такие характеристики, как диаметр долота, его размеры, форма и вес, средние радиусы и углы образующих шарошек, геометрическая форма и количество зубцов и т.д.

4. Динамическая модель системы «долото — забой»

Приведенный режим оптимального функционирования системы «долото — забой», определяемый равенством (5), на практике трудноосуществим. В реальности управление $G(t)$ обычно осуществляется на интуитивном уровне; при таком управлении трудно до-

биться того, чтобы значение приращения ΔG_1 равнялось или хотя бы мало отличалось от функции (5).

С учетом того обстоятельства, что буровая колонна в процессе функционирования по сути ведет себя как пружина, обладающая некоторой жесткостью k , это может привести к возникновению колебаний в системе «долото — забой». Возможны и резонансные явления [8, 9]. В частности, могут возникнуть вынужденные колебания источника скорости, что, в свою очередь, может приводить либо к провисанию конструкции и, соответственно, к «холостой» работе долота, либо к чрезмерному давлению буровой колонны на источник скорости и, следовательно, к прекращению работы долота и даже к разрушению конструктивных элементов системы. Отметим также, что в реальных условиях проходка буровой колонны обычно чередуется с остановками, при этом до 50% времени занимает «холостая» работа долота [7].

В силу этого важным представляется разработка математической модели, позволяющей определить причины возникновения колебаний в системе «долото — забой» и изучить вопросы конструирования такого управления $G(t)$, при котором можно было бы уменьшить отрицательные последствия подобных колебаний. В качестве такой модели естественно рассмотреть динамическую модель. В предлагаемой ниже модели описывается движение системы «долото — забой» в окрестности точки M_0 , разделяющей растянутую и сжатую части буровой колонны. В процессе работы системы точка M_0 изменяет свое положение.

Пусть в начальный момент $t = 0$ длина и масса растянутой части буровой колонны были равны L_{r0} и m_{r0} , а длина и масса сжатой части были равны L_{s0} и m_{s0} соответственно, при этом значение m_{s0} соответствует оптимальному режиму. Пусть функция $w = w(t)$ описывает перемещение основания пружины так, что $w(0) = 0$.

Пусть начало координат направленной вертикально вниз оси Ox находится в точке, разделяющей (в начальный момент времени $t = 0$) растянутую и сжатую части буровой колонны. Обозначим через $x = x(t)$ функцию, описывающую движение точки M_0 ; предполагается, что в начальный момент $t = 0$ имеем $x(0) = 0$.

Дальнейшее движение точки M_0 будем моделировать как движение $x = x(t)$ материальной точки массы m_{s0} , опирающейся на пружину с

жесткостью k и к которой приложены силы, вызванные перемещением основания $w = w(t)$ и регулируемым весом $G(t)$. В оптимальном режиме, когда $G(t)$ выбрано так, что выполняется равенство (5) (тогда $G(t) = G_0$), движение точки M_0 описывается равенством (7).

В общем случае регулируемый вес $G(t)$ представляется в виде $G(t) = G_s(w(t)) + G_2(t)$; здесь:

— функция $G_s(w(t)) = m_s(w(t))g$ описывает уменьшение веса сжатой части колонны при условии, что основание буровой колонны получило приращение $w = w(t)$, а суммарный вес сжатой и растянутой частей колонны при этом не изменяется;

— функция $G_2(t)$ описывает управление весом $G(t)$ с целью достижения оптимального функционирования (оптимальным будет равенство $G(t) \equiv G_0$).

В реальности управление обычно осуществляется таким образом, чтобы выполнялось равенство

$$G_2(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } G_0 - g_0 \leq G_s(w(t)) \leq G_0, \\ g_0, & \text{если } G_s(w(t)) \leq G_0 - g_0, \end{cases}$$

или близко к такому варианту.

Положим $y = x - x_0(w)$, где $x = x_0(w)$ — функция (7). Функция $y = y(t)$ описывает движение точки M_0 в окрестности оптимального движения (7), при этом значение $y = 0$ соответствует оптимальному режиму функционирования системы.

Так как движение $w = w(t)$ основания буровой колонны осуществляется с относительно невысокими скоростью и ускорением (и следовательно, можно пренебречь инерционными эффектами), то функцию $y = y(t)$ можно рассматривать как движение материальной точки массы m_{s0} , опирающейся на пружину с жесткостью k , основание которой неподвижно и к которой приложена сила $G_3(t) = G(t) - G_0$. На эту точку действует также сила, обусловленная реакцией основания, а именно, сила, вызванная разностью перемещений долота и шарошек, а именно, разностью $y(t) = x(t) - x_0(w(t))$. Таким образом, на тело дополнительно действует сила, направленная вертикально и равная величине $F(t) = F_1(t) + F_2(t)$, где $F_1(t) = k_y(t)$ и $F_2(t) = b_y \cdot \dot{y}(t)$; здесь $F_1(t)$ — реакция основания, $F_2(t)$ — сила трения.

Из второго закона Ньютона получим уравнение поступательного движения системы «долото — забой» в виде:

$$m_{s0}y'' + b_y y' + ky = G_s(w(t)) + G_2(t) - G_0. \quad (8)$$

Полученное линейное дифференциальное уравнение (8) с постоянными положительными коэффициентами m_{s0} , b и k описывает поступательное движение системы «долото — забой». По решению $y = y(t)$ уравнения (8) найдем искомое движение $x = x(t)$ системы «долото — забой» в виде: $x(t) = \gamma_0 w(t) + y(t)$.

Анализ дифференциальной модели (8) объясняет возможные причины возникновения незатухающих колебаний и, в частности, резонансных явлений в системе «долото — забой». В частности, можно говорить о следующем.

1. Если управление $G_2(t)$ регулируемым весом буровой колонны осуществляется по периодическому закону с периодом T , то в системе «долото — забой» возникают незатухающие устойчивые периодические колебания с тем же периодом T .

2. Если при этом период T близок числу $T_0 = \frac{2\pi}{w_0}$, где $w_0 = \sqrt{\frac{k}{m_{s0}}}$, то в системе «долото — забой» могут возникнуть резонансные явления, т. е. амплитуда колебаний может начать сильно возрастать, что может привести к чрезмерному давлению буровой колонны на источник скорости, к прекращению работы долота и даже к разрушению конструктивных элементов системы.

Учет этих замечаний может помочь уменьшить отрицательные последствия возникновения колебаний в системе «долото — забой».

Выводы

В статье рассмотрены задачи оперативного управления поступательным движением буровой

колонны в забое скважины. Предложена новая математическая модель системы «долото — забой», описывающая поступательное движение долота с учетом углубления скважины. В качестве управляющего параметра предлагается рассматривать внешнюю нагрузку $G(t)$ на долото. Получено условие (равенство (5)) на управление $G(t)$, обеспечивающее наиболее эффективное функционирование системы. Предложена динамическая модель (8) поступательного движения в системе «долото — забой», объясняющая механизм возникновения колебательных и резонансных явлений.

Предложенная модель носит качественный характер и может быть полезна при решении задач оперативного управления процессом бурения скважин с целью повышения эффективности работы в различных условиях при изменяющейся глубине скважины, а также для разработки соответствующих автоматизированных информационно-управляющих систем. Она может использоваться и как базовая модель для дальнейшего развития при решении соответствующих задач теоретического плана. Развитие этой модели может продвигаться в направлении, во-первых, оценки влияния на показатели эффективности разрушения забоя таких параметров долота, как его диаметр, средние радиусы и углы образующих шарошек, геометрическая форма и количество зубцов и т. д., во-вторых, в направлении решения задач определения по динамическим характеристикам долота неизвестных геологических параметров забоя.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Эйгелес Р.М., Стрекалова Р.В. Расчет и оптимизация процессов бурения скважин. М.: Недра, 1977. 198 с.
2. Юнин Е.К. Введение в динамику глубокого бурения. М.: Либроком, 2015. 168 с.
3. Ситников Н.Б., Климарев О.В., Троп В.А. Экспериментальное определение математической модели процесса бурения геологоразведочных скважин // Изв. вузов. Горный журнал. 1990. № 12. С. 53–56.
4. Ситников Н.Б. Анализ математической модели процесса бескернового бурения скважин // Изв. вузов. Горный журнал. 1992. № 9. С. 23–28.
5. Robnett E.W., Hood J.A., Heising G., Macphtrson J.D., Hughes B. Analysis of the Stick-Slip Phenomenon Using Downhole Drillstring Rotation Data // Materials of SPE/IADC Drilling Conference. Amsterdam, Holland, 9-11 March 1999.
6. Андрущенко В.А., Курганский В.Н., Бугрий В.Г., Сиротенко П.Т. Сейсмоакустические методы решения геолого-геофизических и технологических задач в про-

цессе бурения нефтегазовых скважин // НТВ «Каротажник». 2013. Вып. 1 (223). С. 24–38.

7. Копылов В.Е., Гуреев И.Л. Акустическая система связи с забоем скважины при бурении. М.: Недра, 1979. 184 с.
8. Юнин Е.К. Автоколебания в глубоком бурении. М.: Либроком, 2013. 264 с.
9. Коронатов В.А. Новая динамическая модель буровой колонны с учетом проходки (погружения) при кулоновом трении и режимы детерминированного хаоса // Системы. Методы. Технологии. 2014. № 3 (23). С. 47–56.
10. Марьяновский Д.И. Регулирование подачи инструмента при бурении скважин забойными двигателями // Автоматика и телемеханика. 1956. Т. 17. № 10. С. 637–649.
11. Александров С.С., Юмагулов М.Г. Математическая модель и алгоритмы исследования системы «долото — забой» // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. 2016. Т. 4. № 1. С. 2–7.

REFERENCES

1. Eigeles R.M., Strekalova R.V. *Raschet i optimizatsiya protsessov bureniya skvazhin* [Calculation and Optimization of Well Drilling Processes]. Moscow, Nedra Publ., 1977. 198 p. [in Russian].
2. Yunin E.K. *Vvedenie v dinamiku glubokogo bureniya* [Introduction to the Dynamics of Deep Drilling]. Moscow, Librokom Publ., 2015. 168 p. [in Russian].
3. Sitnikov N.B., Klimarev O.V., Trop V.A. Eksperimental'noe opredelenie matematicheskoi modeli protsessa bureniya geologorazvedochnykh skvazhin [Experimental Determination of the Mathematical Model of the Process of Drilling Exploration Wells]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal - News of the Higher Institutions. Mining Journal*, 1990, No. 12, pp. 53–56. [in Russian].
4. Sitnikov N.B. Analiz matematicheskoi modeli protsessa beskernovogo bureniya skvazhin [Analysis of the Mathematical Model of the Process of Core Drilling]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Gornyi zhurnal - News of the Higher Institutions. Mining Journal*, 1992, No. 9, pp. 23–28. [in Russian].
5. Robnett E.W., Hood J.A., Heising G., Macpherson J.D., Hughes B. Analysis of the Stick-Slip Phenomenon Using Downhole Drillstring Rotation Data. Materials of SPE/IADC Drilling Conference. Amsterdam, Holland, 9–11 March 1999.
6. Andrushchenko V.A., Kurganskii V.N., Bugrii V.G., Sirotenko P.T. Seismoakusticheskie metody resheniya geologo-geofizicheskikh i tekhnologicheskikh zadach v protsesse bureniya neftegazovykh skvazhin. [Seismic and Sonic Methods for Solving Geologic, Geophysical and Technological Tasks While Drilling Oil And Gas Wells]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik «Karotazhnik» — Scientific and Technical Bulletin «Karotazhnik»*, 2013, Issue 1 (223), pp. 24–38. [in Russian].
7. Kopylov V.E., Gureev I.L. *Akusticheskaya sistema svyazi s zaboem skvazhiny pri burenii* [Acoustic Communications System with the Bottom Hole While Drilling]. Moscow, Nedra Publ., 1979. 184 p. [in Russian].
8. Yunin E.K. *Avtokolebaniya v glubokom burenii* [Self-Excited Vibrations in Deep Drilling]. Moscow, Librokom Publ., 2013. 264 p. [in Russian].
9. Koronotov V.A. Novaya dinamicheskaya model' buril'noi kolonny s uchedom prokhodki (pogruzheniya) pri kulonovom trenii i rezhimy determinirovannogo khaosa [New Dynamic Model of a Drill String with Headway (Drill-String Advancement) under Coulomb Friction and Modes of Determined Chaos]. *Sistemy. Metody. Tekhnologii — Systems. Methods. Technologies*, 2014, No. 3 (23), pp. 47–56. [in Russian].
10. Mar'yanovskii D.I. Regulirovanie podachi instrumenta pri burenii skvazhin zaboynymi dvigatelyami. [Regulation of the Tool Supply when Drilling Wells by Downhole Motors]. *Avtomatika i telemekhanika — Automation and Telemechanics*, 1956, Vol. 17, No. 10, pp. 637–649. [in Russian].
11. Aleksandrov S.S., Yumagulov M.G. Matematika model' i algoritmy issledovaniya sistemy «doloto — zaboii» [Development of Mathematical Models and Algorithms for the Study of the «Bit — Slaughter»]. *Matematicheskoe i programmnoe obespechenie sistem v promyshlennoi i sotsial'noi sferakh — Software of Systems in the Industrial and Social Fields*, 2016, Vol. 4, No. 1, pp. 2–7. [in Russian].

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ABOUT THE AUTHORS

Александров Станислав Сергеевич, канд. техн. наук, УГНТУ, г. Уфа, Российская Федерация

Aleksandrov Stanislav S., Candidate of Engineering Sciences, USPTU, Ufa, Russian Federation

Юмагулов Марат Гаязович, д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений, БашГУ, г. Уфа, Российская Федерация

Yumagulov Marat G., Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Differential Equations Department, BashSU, Ufa, Russian Federation

e-mail: yum_mg@mail.ru