

## ФИЛЬТРАЦИЯ НЕФТИ ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТИ ПО ТОЛЩИНЕ ПЛАСТА

### OIL FILTRATION WITH VARIABLE VISCOSITY BY THE THICKNESS OF THE STRATUM

**И. Ф. Чупров**  
**Ilia F. Chuprov**

Ухтинский государственный  
технический университет,  
г. Ухта, Российская Федерация

Ukhta State Technical University,  
Ukhta, Russian Federation

**М. С. Хозяинова**  
**Maria S. Khozyainova**

Ухтинский государственный  
технический университет,  
г. Ухта, Российская Федерация

Ukhta State Technical University,  
Ukhta, Russian Federation

**Е. А. Терентьева**  
**Ekaterina A. Terentyeva**

Ухтинский государственный  
технический университет,  
г. Ухта, Российская Федерация

Ukhta State Technical University,  
Ukhta, Russian Federation

Существует большое количество формул, описывающих движение жидкости и газов в пористой среде. Во многих из них затруднение вызывает определение различных параметров и коэффициентов, характеризующих движение флюидов. По мере развития знаний в этом направлении, в стремлении приблизиться к действительности, количество факторов, влияющих на скорость движения жидкости или газа в пористой среде, увеличивалось.

Однако анализ всех формул показал, что все они по существу одинаковые. Общим для всех формул является линейная зависимость между скоростью фильтрации и градиентом давления. Для вычисления коэффициента пропорциональности между этими величинами различные авторы по-разному сводили фиктивный грунт к идеальному. В настоящее время общепринято считать коэффициентом пропорциональности отношение проницаемости к динамической вязкости.

В работах, посвященных фильтрации жидкости в водоносных или нефтеносных пластах, различают два вида течения — напорное и безнапорное. При напорном течении давление выше атмосферного, а при безнапорном течении на верхней границе потока давление равно атмосферному. В нефтепромысловой практике безнапорное течение наблюдается при шахтной разработке месторождения. Примером такого объекта является Ярегское месторождение, разрабатываемое термошахтным методом. В процессе эксплуатации этого месторождения установлено, что фильтрация флюидов происходит к вертикальным трещинам, а затем к горизонтальным скважинам, расположенным вблизи подошвы пласта. Из зон, удаленных от трещин, нефть из пласта под действием гравитации стекает в горизонтальные скважины или в водоносный пропласток.

Учитывая особенности продуктивного пласта и способа разработки Ярегского месторождения на основе классических положений, рассмотрены задачи стационарной фильтрации несжимаемой жидкости в однородном и слоисто-неоднородном пластах в горизонтальном (к трещинам) и вертикальном направлениях. При этом предполагается, что пласт по толщине разделен на несколько зон по проницаемости и вязкости. Такая ситуация имеет место при прогреве пласта двухгоризонтной системой разработки Ярегского месторождения, а также при поступлении закачиваемого пара в прикровельную зону пласта.

Полученные формулы скорости фильтрации могут быть использованы для ориентировочных расчетов притока из вертикальных трещин в горизонтальные и пологовосходящие скважины, расположенные вблизи подошвы пласта.

#### Ключевые слова

фильтрация; однородный пласт;  
слоисто-неоднородный пласт;  
коэффициент фильтрации;  
приток

There are a large number of formulas describing the movement of liquids and gases in a porous medium. In many of them, it is difficult to determine various parameters and coefficients characterizing fluids movement. With the development of knowledge in this direction, in an effort to get closer to reality, the number of factors that affect the speed of movement of a liquid or gas in a porous medium increased.

However, an analysis of all the formulas showed that they are all essentially the same. Common to all formulas is the linear relationship between the filtration rate and the pressure gradient. To calculate the coefficient of proportionality between these values, different authors differently reduced the fictitious soil to the ideal one. It is now generally accepted to consider the ratio of permeability to dynamic viscosity as a coefficient of proportionality.

In the works devoted to liquid filtration in aquiferous or petroliferous strata there are two types of flow — pressure and non-pressure. In case of pressure flow, pressure is above atmosphere pressure and in case of non-pressure flow pressure is equal to atmosphere pressure at the upper limit of the flow. In oilfield practice, the non-pressure flow is observed during the mine development of the field. An example of such an object is the Yaregskoye field developed by thermal-mining method. During the using this field it is found that fluid filtration occurs to the vertical cracks and then to the horizontal wells located near the sole of the stratum. From areas located far from the cracks the oil from the stratum flows into the horizontal wells or into an aquiferous interlayer under the influence of gravity.

Taking into account the features of the productive formation and the method of development of the Yaregskoye field on the basis of classical provisions, the problems of stationary filtration of incompressible fluid in a homogeneous and layered-heterogeneous layers in the horizontal (to cracks) and vertical directions are considered. It is assumed that the layer thickness is divided into several zones of permeability and viscosity. This situation occurs when the formation is heated by a two-horizon development system of the Yarega field, as well as when injected steam enters the bedside zone of the formation.

The obtained filtration rate formulas can be used for approximate calculations of the inflow from vertical cracks to horizontal and flat wells located near the bottom of the formation.

При стационарной фильтрации жидкости различают два вида течения — напорное и безнапорное. При напорной фильтрации давление во всех точках выше атмосферного, пласт полностью насыщен жидкостью, и поток в нем ограничен расположенными сверху и снизу непроницаемыми поверхностями — кровлей и подошвой. В случае безнапорного течения верхней границей потока или ее частью является свободная поверхность, давление на которой постоянно и равно атмосферному.

При фильтрации через плотины гидротехникам приходится сталкиваться с безнапорным движением грунтовых вод. Нефтяникам же приходится иметь дело с большими глубинами и соответствующими напорами. Безнапорное течение при атмосферном давлении над свободной поверхностью в нефтяных задачах встречается сравнительно редко, например при шахтном способе разработки месторождения [1–3].

В течение всего периода шахтной разработки Ярегского месторождения большое внимание уделялось изучению трещиновато-

сти продуктивных песчаников. Оказалось, что именно трещиноватость определяет в решающей степени фильтрационную характеристику месторождения, механизмы его прогрева и нефтеотдачи [4–8].

Визуальные наблюдения в процессе шахтной разработки показали, что разрабатываемый пласт разбит многочисленными тектоническими нарушениями, расположенными в среднем через 20–25 м, угол падения нарушений 70–90°. Раскрытость измеряется от долей до нескольких сантиметров.

В процессе эксплуатации месторождения установлено, что основные запасы нефти содержатся в пористых блоках. Часть нефти поступает в трещины, а затем в горизонтальные или пологовосходящие скважины. Из зон, удаленных от трещин, нефть под воздействием силы тяжести поступает непосредственно из пористых блоков в добывающие скважины или в подстилающий пласт водоносный пропласток [9–11].

Известно, что при тепловом воздействии на пласты нефти аномально высокой вязкости

### Key words

filtration; homogeneous stratum; layered heterogeneous stratum; filtration coefficient; inflow

или битумов теплоноситель распространяется на первом этапе прогрева в зоне кровли, в высокопроницаемые пропластки, или уходит в подстилающий пласт водоносный пропласток. При этом пласт прогревается сверху вниз или снизу вверх. Вязкость нефти по мере прогрева изменяется по вертикальному разрезу.

Из сказанного выше следует, что законы безнапорной фильтрации представляют интерес при решении задач о притоке жидкости к скважинам, трещинам или водоносному горизонту для условий эксплуатации Ярегского месторождения. Здесь после достаточного прогрева пласта (на втором и третьем этапах разработки уклонных блоков) приток флюидов осуществляется в условиях гравитационного режима.

1. Рассмотрим задачу о фильтрации несжимаемой жидкости к галерее (к вертикальной трещине) в однородном элементе пласта толщиной  $h$  и шириной  $B$ . Поток плоско-параллельный вдоль напластования.

Согласно закону Дарси, объемный расход через площадь  $S = hB$  будет:

$$Q = k_\phi \frac{H_1 - H_2}{L} hB, \quad (1)$$

где  $k_\phi$  — коэффициент фильтрации, зависящий от природы пористой среды и свойств фильтрующейся жидкости;  $L$  — длина элемента пласта;  $H_1 - H_2$  — гидравлический напор (пьезометрическая высота).

Если жидкость несжимаемая и движение установившееся, то имеет место уравнение Бернулли:

$$\frac{p}{\rho \cdot q} + z + \frac{v^2}{2q} = const, \quad (2)$$

где  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность жидкости;  $q$  — ускорение силы тяжести;  $v$  — скорость;  $z$  — геометрическая высота.

При малых скоростях фильтрации (в пористых средах скорость фильтрации  $10^{-5} - 10^{-4}$  м/с) скоростным напором можно пренебречь [8]. Тогда гидравлический напор

$$H = \frac{p}{\rho \cdot q} + z. \quad (3)$$

Разность гидравлических напоров жидкости будет  $H_1 - H_2 = \Delta H = \frac{p_1}{\rho \cdot q} + z_1 - \frac{p_2}{\rho \cdot q} - z_2 = \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot q} + (z_1 - z_2)$ . При горизонтальной фильтрации  $z_1 = z_2$ . Поэтому

$$\Delta H = \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot q}. \quad (4)$$

Коэффициент фильтрации  $k_\phi$  используется обычно в гидротехнических расчетах, где приходится иметь дело с одной жидкостью — водой. При исследовании фильтрации многокомпонентных флюидов необходимо разделить влияние свойств пористой среды и флюида. Поэтому коэффициент фильтрации представляют в виде  $k_\phi = \frac{k}{\mu} \cdot \rho \cdot q$ , где  $k$  — проницаемость;  $\mu$  — динамическая вязкость [12].

При такой замене объемный расход при плоско-параллельном потоке принимает вид:

$$Q = \frac{k}{\mu} \rho q \cdot \frac{(p_1 - p_2) / \rho q}{L} \cdot hB = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\Delta p}{L} \cdot S. \quad (5)$$

В нефтепромысловой механике под  $p_1$  и  $p_2$  обычно принимают давление на контуре питания ( $p_k$ ) и на галерее ( $p_r$ ).

Из формулы (5) определяется скорость фильтрации:

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{k}{\mu} \cdot \frac{\Delta p}{L}. \quad (6)$$

Формулу (5) можно получить и как решение одномерного уравнения Лапласа  $\Delta p = 0$  при выполнении закона Дарси  $\vec{v} = -\frac{k}{\mu} \cdot grad p$ , как это показано в [10].

2. Пусть горизонтальный элемент пласта состоит из  $n$  пропластков толщиной  $h_i$ , проницаемостью  $k_i$  и вязкостью  $\mu_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) (рисунок 1). При отсутствии перетока между пропластками в каждом из них прямолинейно-параллельный фильтрационный поток с расчетными формулами (5) и (6) для дебита и скорости, полученными выше.

$$\text{Для } i\text{-го пропластка } Q_i = \frac{k_i}{\mu_i} \cdot \frac{\Delta p}{L} \cdot h_i B. \quad (7)$$

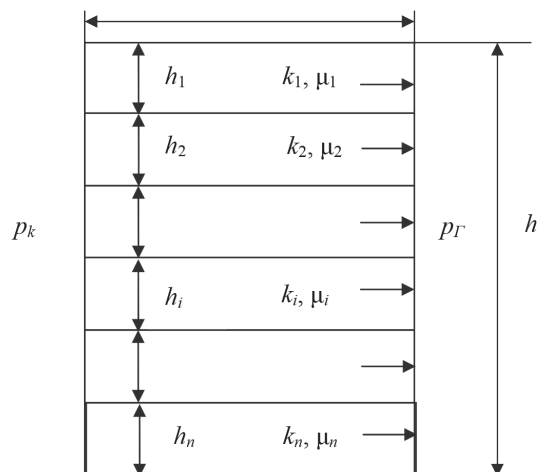


Рисунок 1. Горизонтальный поток в слоистом неоднородном пласте

Объемный расход всего пласта будет равен сумме расходов во всех отдельных пропластках:

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = \frac{\Delta p B}{L} \sum_{i=1}^n \frac{k_i h_i}{\mu_i} \quad (8)$$

Скорость фильтрации для всех пропластков, как и дебит, будут разными:

$$v_i = \frac{k_i}{\mu_i} \cdot \frac{\Delta p}{L} \quad (9)$$

Формулы (8) и (9) могут быть применимы при оценке притока и скорости фильтрации в трещины, при прогреве пласта через водоносный горизонт или от кровли к подошве при тепловом воздействии на пласты.

3. Фильтрация поперек напластования (в вертикальном направлении) однородного пласта.

Рассмотрим однородный элемент пласта толщиной  $h$ . Согласно закону Дарси объемный расход через площадь  $S$  (формула (1))

$$Q = k_\phi \cdot \frac{H_1 - H_2}{L} \cdot S \quad (10)$$

$$\text{Здесь } H_1 - H_2 = \frac{p_1 - p_2}{\rho \cdot q} + (z_1 - z_2) \quad (11)$$

Учитывая, что в данном случае  $z_1 - z_2 = h$ , получим

$$Q = \frac{k}{\mu} \cdot \rho \cdot q \cdot \frac{(p_1 - p_2) / \rho \cdot q + h}{h} \cdot S = \frac{k}{\mu} \left( \frac{\Delta p}{h} + \rho \cdot q \right) \cdot S \quad (12)$$

Скорость фильтрации (расход через единицу площади)

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{k}{\mu} \cdot \left( \frac{\Delta p}{h} + \rho \cdot q \right) \quad (13)$$

Здесь  $\Delta p$  есть разность давлений между кровлей и подошвой пласта. Если  $\Delta p = 0$ , то движение жидкости будет происходить только под действием силы тяжести, и скорость фильтрации при этом

$$v = \frac{k}{\mu} \cdot \rho q \quad (14)$$

Зависимости (13) и (14) показывают, что при фильтрации в вертикальном направлении скорость обратно пропорциональна вязкости. Для достижения необходимой скорости следует создать большой градиент давления  $\frac{\Delta p}{h}$  или снизить вязкость нефти.

4. Рассмотрим фильтрацию в слоисто-неоднородном пласте. Скорость движения направлена поперек напластования — по верти-

кали (рисунок 2). В кровле и подошве пласта напоры соответственно  $H_1$  и  $H_2$ .

Вдоль линий раздела пропластков значения напоров неизвестны. Обозначим их соответственно  $h_1, h_2, \dots, h_{n-1}$ , т. е. в подошве  $i$ -го пропластка напор составляет  $h_i$ .

$$v_1 = k_{\phi_1} \cdot \frac{H_1 - h_1}{\ell_1} = -k_{\phi_1} \cdot \frac{h_1 - H_1}{\ell_1};$$

$$v_2 = -k_{\phi_2} \cdot \frac{h_2 - h_1}{\ell_2}; \dots$$

$$v_i = -k_{\phi_i} \cdot \frac{h_i - h_{i-1}}{\ell_i}; \dots; v_n = -k_{\phi_n} \cdot \frac{H_2 - h_{n-1}}{\ell_n} \quad (15)$$

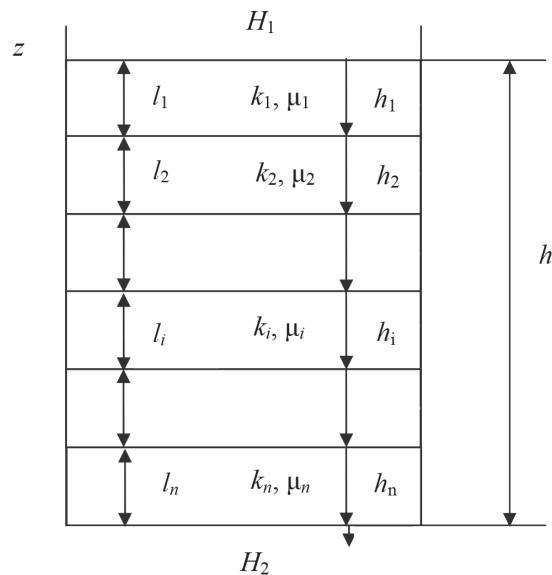


Рисунок 2. Фильтрация от кровли к подошве

Если жидкость несжимаемая, то скорости  $v_1, v_2, \dots, v_n$  равны между собой, т. к. уравнение неразрывности  $\frac{dv}{dz} = 0$  дает постоянное значение скорости.

Приравнивая между собой выражения (15), получим  $n - 1$  уравнений для  $n - 1$  неизвестных  $h_1, h_2, \dots, h_{n-1}$ . Первое из уравнений в (16) — тождество, введенное для удобства вычислений. Обозначим  $\alpha_i = \frac{\ell_i}{k_{\phi_i}}$ .

$$\begin{cases} \alpha_1(h_1 - H_1) = \alpha_1(h_1 - H_1), \\ \alpha_2(h_1 - H_1) = \alpha_2(h_2 - h_1), \\ \alpha_3(h_1 - H_1) = \alpha_3(h_3 - h_2), \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \alpha_{n-1}(h_1 - H_1) = \alpha_{n-1}(h_{n-1} - h_{n-2}), \\ \alpha_n(h_1 - H_1) = \alpha_n(H_2 - h_{n-1}). \end{cases} \quad (16)$$

Складывая уравнения (16), получим  $(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) \cdot (h_1 - H_1) = \alpha_n(H_2 - H_1)$ .

Из последнего равенства следует

$$h_1 - H_1 = \frac{\alpha_1(H_2 - H_1)}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n}.$$

Используя первое равенство системы (15), можно найти скорость  $v_i$ , а следовательно, и для всех  $i$ :

$$v = \frac{H_1 - H_2}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n} = \frac{H_1 - H_2}{\frac{\ell_1}{k_{\phi_1}} + \frac{\ell_2}{k_{\phi_2}} + \dots + \frac{\ell_n}{k_{\phi_n}}}. \quad (17)$$

Учитывая (11) и  $k_{\phi_i} = \frac{k_i}{\mu_i} \cdot \rho q$ , (17) принимает вид

$$v = \frac{\Delta p + h \rho q}{\sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{k_i} \cdot \ell_i}. \quad (18)$$

При постоянных  $\mu$  и  $k$ , т.е. для однородного пласта по вязкости и проницаемости, формула (18) принимает вид (13), т.к.  $\sum_{i=1}^n \ell_i = h$ .

Объемный расход через площадь  $S$  (например в водоносный пропласток)

$$Q = v \cdot S = \frac{\Delta p + h \rho q}{\sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{k_i} \cdot \ell_i} \cdot S. \quad (19)$$

В качестве частного случая предположим, что пропластки по толщине равны ( $\ell_i = \frac{h}{n}$ ) и проницаемость постоянна. Тогда

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Щелкачев В.Н., Лапук Б.Б. Подземная гидравлика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 736 с.
2. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкости и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 211 с.
3. Чарный И.А. Подземная гидромеханика. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. 436 с.
4. Хуснутдинова Р.Р., Сираев Р.Ф., Нуртдинов И.Ф. Особенности фильтрации аномальных нефтей в пористой среде // Матер. 45-й Международной науч.-техн. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов: в 2 т. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2018. Т. 1. С. 202–204.
5. Чупров И.Ф., Рузин Л.М., Хозяинова М.С., Канева Е.А. Особенности трещиноватости и фильтрации жидкости в пласте Ярегского месторождения на основе промысловых исследований // Нефтегазовое дело. 2016. Т. 14. № 1. С. 88–91.
6. Рузин Л.М., Чупров И.Ф., Канева Е.А. Оценка роли трещин в нефтеотдаче залежей аномально вязкой нефти // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2013. № 2. С. 55–58.

$$Q = \frac{k}{\bar{\mu}} \cdot \left( \frac{\Delta p}{h} + \rho \cdot q \right) \cdot S, \quad (20)$$

где  $\bar{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_i$ . Если задать вязкость в виде непрерывной функции  $\mu = \mu(h)$ , то  $\bar{\mu} = \frac{1}{h} \int_0^h \mu(\xi) d\xi$ .

Сравнивая (12) и (20) замечаем, что скорость и расход при вертикальной фильтрации для однородного и слоисто-неоднородного пластов при постоянной проницаемости отличаются только тем, что во втором случае необходимо вычислить среднее значение динамической вязкости.

## Выводы

Безнапорная фильтрация при разработке нефтяных месторождений имеет место при шахтной разработке. Получены формулы скорости фильтрации и притока несжимаемой жидкости для слоисто-неоднородного пласта к трещинам и при гравитационном режиме разработки. Полученные формулы скорости фильтрации могут быть использованы для ориентировочных расчетов притока из вертикальных трещин в горизонтальные и пологовосходящие скважины, расположенные вблизи подошвы пласта.

7. Рузин Л.М., Чупров И.Ф., Морозюк О.А., Дуркин С.М. Технологические принципы разработки залежей аномально вязких нефтей и битумов. Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2015. 480 с.
8. Рузин Л.М., Морозюк О.А., Дуркин С.М. Механизм нефтеотдачи неоднородных пластов, содержащих высоковязкую нефть // Нефтяное хозяйство. 2013. № 8. С. 54–57.
9. Габдрахманова Д.М., Фаттахов А.Р. Исследование фильтрации нефтей с переменной вязкостью // Матер. 45-й Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов: в 2 т. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2018. Т. 1. С. 46–48.
10. Лугманов Р.Р., Исламгулова Д.Р., Латыпов В.Р., Петрова Л.В. Особенности фильтрации аномально-вязких нефтей // Матер. 45-й Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых, аспирантов и студентов: в 2 т. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2017. Т. 1. С. 60–64.
11. Равшанов Н., Юлдашев Б.Э. Математическое моделирование фильтрации нефть-газ-вода в пористой среде // Автоматизация и ИТ в нефтегазовой области. 2017. № 3 (29). С. 16–21.
12. Лысенко В.Д. Инновационная разработка нефтяных месторождений. М.: Недра, 2000. 516 с.



## REFERENCES

1. Shchelkachev V.N., Lapuk B.B. *Podzemnaya gidravlika* [Underground Hydraulics]. Izhevsk, NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika» Publ., 2001. 736 p. [in Russian].
2. Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. *Dvizhenie zhidkosti i gazov v prirodnykh plastakh* [Movement of Liquids and Gases in Natural Layers]. Moscow, Nedra Publ., 1984. 211 p. [in Russian].
3. Charnyi I.A. *Podzemnaya gidromekhanika* [Underground Hydromechanics]. Moscow-Izhevsk, Institut komp'yuternykh issledovaniy Publ., 2006. 436 p. [in Russian].
4. Khusnutdinova R.R., Siraev R.F., Nurtdinov I.F. Osobennosti fil'tratsii anomal'nykh neftei v poristoj srede [Features of Filtration of Anomalous Oils in a Porous Medium]. *Materialy 45-i Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii molodykh uchenykh, aspirantov i studentov: v 2-kh tomakh* [Proceedings of the 45th International Scientific and Technical Conference of Young Scientists, Postgraduates and Students: in 2 Volumes]. Ufa, UGNTU Publ., 2018. Vol. 1, pp. 202–204. [in Russian].
5. Chuprov I.F., Ruzin L.M., Khozyainova M.S., Kaneva E.A. Osobennosti treshchinovosti i fil'tratsii zhidkosti v plaste Yaregskogo mestorozhdeniya na osnove promyslovykh issledovaniy [Features of Rock Fracturing and Fluid Filtration in Formation of Yaregskoe Deposit Based on Field Research]. *Neftegazovoe delo — Petroleum Engineering*, 2016, Vol. 14, No. 1, pp. 88–91. [in Russian].
6. Ruzin L.M., Chuprov I.F., Kaneva E.A. Otsenka roli treshchin v nefteotdache zalezhei anomal'no vyazkoi nefti [Estimation of Fractures Role in Oil Recovery in Reservoirs with Abnormally Viscous Oil]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Neft' i gaz — The Journal «Oil and Gas Studies»*, 2013, No. 2, pp. 55–58. [in Russian].
7. Ruzin L.M., Chuprov I.F., Morozyuk O.A., Durkin S.M. *Tekhnologicheskie printsipy razrabotki zalezhei anomal'no vyazkikh neftei i bitumov* [Technological Principles of Development of Anomalous Viscous Oil and Bitumen Deposits]. Izhevsk, Izhevskii institut kompyuternykh issledovaniy Publ., 2015, 480 p. [in Russian].
8. Ruzin L.M., Morozyuk O.A., Durkin S.M. Mekhanizm nefteotdachi neodnorodnykh plastov, sodержashchikh vysokovyazkuyu nef't' [The Mechanism of the Recovery for the Heterogeneous Heavy Oil Reservoirs]. *Neftyanoe khozyaistvo — Oil Industry*, 2013, No. 8, pp. 54–57. [in Russian].
9. Gabdrakhmanova D.M., Fattakhov A.R. Issledovanie fil'tratsii neftei s peremennoi vyazkost'yu [The Study Filtration of Oils with Variable Viscosity]. *Materialy 45-i Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii molodykh uchenykh, aspirantov i studentov: v 2-kh tomakh* [Proceedings of the 45th International Scientific and Technical Conference of Young Scientists, Postgraduates and Students: in 2 Volumes]. Ufa, UGNTU Publ., 2018, Vol. 1, pp. 46–48. [in Russian].
10. Lugmanov R.R., Islamgulova D.R., Latypov V.R., Petrova L.V. Osobennosti fil'tratsii anomal'no-vyazkikh neftei [Features of Filtration of Anomalous-Viscous Oils]. *Materialy 44-i Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii molodykh uchenykh, aspirantov i studentov: v 2-kh tomakh* [Proceedings of the 44th International Scientific and Technical Conference of Young Scientists, Postgraduates and Students: in 2 Volumes]. Ufa, UGNTU Publ., 2017, Vol. 1, pp. 60–64. [in Russian].
11. Ravshanov N., Yuldashev B.E. Matematicheskoe modelirovanie fil'tratsii nef't'-gaz-voda v poristoj srede [Mathematical Modeling of Oil-Gas-Water Filtration in Porous Medium]. *Avtomatizatsiya i IT v neftegazovoi oblasti — Automation and IT in the Oil and Gas Industry*, 2017, No. 3 (29), pp. 16–21. [in Russian].
12. Lysenko V.D. *Innovatsionnaya razrabotka neftyannykh mestorozhdenii* [Innovative Development of Oil Fields]. Moscow, Nedra Publ., 2000, 516 p. [in Russian].

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ  
ABOUT THE AUTHORS

**Чупров Илья Федорович**, д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры высшей математики, Ухтинский государственный технический университет, г. Ухта, Российская Федерация

**Ilya F. Chuprov**, Doctor of Engineering Sciences, Associate Professor, Professor of Higher Mathematics Department, Ukhita State Technical University, Ukhita, Russian Federation

e-mail: [ichuprov@ugtu.net](mailto:ichuprov@ugtu.net)

**Хозяинова Мария Семеновна**, кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей математики, Ухтинский государственный технический университет, г. Ухта, Российская Федерация

**Maria S. Khozyainova**, Candidate of Pedagogical Sciences, Assistant Professor of Higher Mathematics Department, Ukhita State Technical University, Ukhita, Russian Federation

e-mail: [mhozyainova@ugtu.net](mailto:mhozyainova@ugtu.net)

**Терентьева Екатерина Александровна**, старший преподаватель кафедры высшей математики, Ухтинский государственный технический университет, г. Ухта, Российская Федерация

**Ekaterina A. Terentyeva**, Senior Lecturer of Higher Mathematics Department, Ukhita State Technical University, Ukhita, Russian Federation

e-mail: [mhozyainova@ugtu.net](mailto:mhozyainova@ugtu.net)