

УДК 62-752

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИБРОИЗОЛЯТОРА С МАЛОЙ ЖЕСТКОСТЬЮ ДЛЯ НЕФТЕГАЗОПЕРЕКАЧИВАЮЩЕГО ОБОРУДОВАНИЯ

SIMULATION OF VIBROISOLATIVE SUPPORT WITH LOW STIFFNESS FOR OIL AND GAS PUMPING EQUIPMENT

Показана возможность создания компактного виброизолятора с квазиулевым жесткостью, состоящего из одного элемента. Выполнено компьютерное моделирование устройства. Приведено аналитическое решение для определения деформации виброизолятора в зависимости от прилагаемой нагрузки.

The possibility of creating a compact single-element vibroisolate support with a quasi-zero stiffness is shown. Computer simulation of the device is done. The analytical solution for the determination of the vibroisolate support deformation depending on the applied load is presented.

А.Р. Валеев, Г.Е. Коробков
ФГБОУ ВПО Уфимский
государственный нефтяной
технический университет

A.R. Valeev, G.E. Korobkov
FSBEI Ufa state petroleum technical
university

Ключевые слова: вибрация, квазиулевым жесткость, компьютерное моделирование.

Keywords: vibration, quasi-zero-stiffness, computer modeling.

В нефтегазовой отрасли нередко встречаются с повышенной вибрацией, с которой необходимо бороться. Вибрация негативно влияет как на оборудование и сооружения, так и на людей. Для борьбы с вибрацией традиционно применяют резиновые и пружинные виброизоляторы, однако десятилетия их использования выявили следующие основные недостатки. Во-первых, эффективность их виброизоляции часто бывает недостаточной, увеличение эффективности требует значительного увеличения габаритов виброизоляторов, и при этом большинство традиционных виброизоляторов пропускают определенные спектры частот колебаний. Во-вторых, традиционные виброизоляторы становятся трудно применимыми для виброизоляции низких частот (от 8 Гц и менее). Хотя на производстве именно колебания такой частоты являются наиболее опасными, как для людей, так и для оборудования.

Эффективные виброизоляторы должны обладать одновременно малой жесткостью и значительной выдерживаемой нагрузкой, что принципиально недостижимо для традиционных пружинных и резиновых виброизоляторов, поскольку тогда они должны будут иметь слишком большие габариты. По этой причине на настоящее время не созданы эффективные виброизоляторы для поршневых газоперекачивающих агрегатов и ряда других тихоходных машин. Данную проблему могут решить виброзащитные системы с квазиулевым жесткостью, которые позволяют получить одновременно и большую статическую нагрузку и малую динамическую жесткость. Таким образом, они позволяют изолировать широчайший спектр колебаний, включая очень низкие частоты. Система с квазиулевым

жесткостью – это упругая система, имеющая в своей силовой характеристике пологий участок, т.е. участок с жесткостью, близкой к нулю [1]. Системы с квазиулевым жесткостью обладают намного более высокой степенью снижения передаваемой динамической силы благодаря малой жесткости по сравнению с традиционными виброизоляторами, однако сопровождаются сложностью в конструкции, требованиями к настройке.

Системы с квазиулевым жесткостью являются еще достаточно новым направлением в технике, поэтому актуальны работы по их теоретическому и практическому исследованию [1, 2, 3]. Одновременно несколько научных школ занимаются разработкой подобных систем. Однако большинство разрабатываемых систем с квазиулевым жесткостью характеризуются наличием нескольких узлов (для большинства конструкций необходимо наличие несущего элемента и компенсатора жесткости), совместная работа которых и дает необходимые свойства. Однако наличие нескольких узлов ведет к повышению сложности конструкции, увеличению габаритов, и, самое важное, увеличивает трение в конструкции, что значительно ухудшает виброизоляционные качества системы [3].

Таким образом, создание компактного, малого по высоте виброизолятора с квазиулевым жесткостью, который обладает минимумом узлов и деталей, является актуальной задачей. Поставленную задачу авторы решают путем использования упругой пластины специальной формы, чтобы обеспечить нелинейную характеристику пластины без помощи дополнительных компенсаторов жесткости.

Для принципиального подтверждения возможности такой идеи была смоделирована конструкция в универсальной программной системе конечно-элементного анализа ANSYS 13. Общий вид рабочего элемента изображен на рисунке 1. Здесь изображена разбивочная сетка модели на 94174 эле-

мента. Для повышения точности расчета была применена более мелкая сетка в местах, где прогнозируются наибольшие напряжения (рисунок 2).

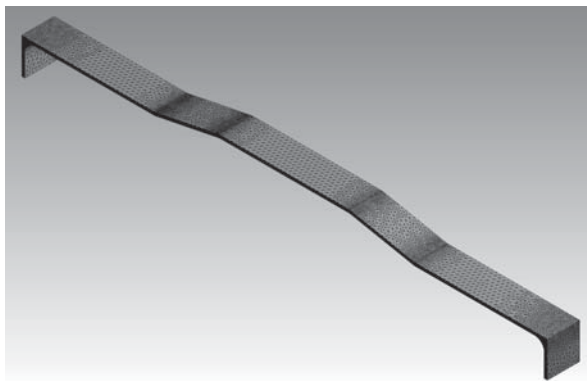


Рисунок 1. Компьютерная твердотельная модель исследуемой пластины

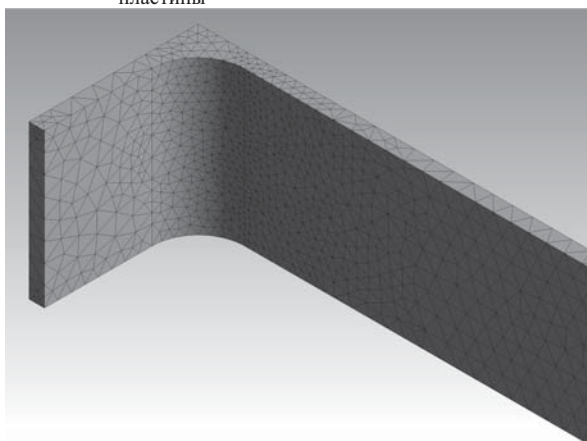


Рисунок 2. Повышение точности сетки

После анализа ряда компьютерных моделей было экспериментально установлено, что заданная силовая характеристика обеспечивается формой пластины, изображенной на рисунке 3.

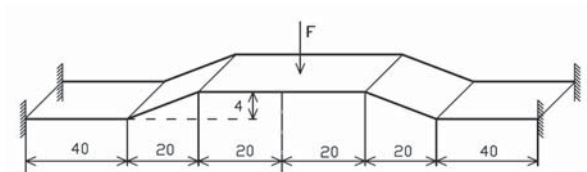


Рисунок 3. Эскиз исследуемой пластины (в миллиметрах)

При моделировании пластины анализировались следующие материалы для изготовления пластины: титановый сплав ВТ-20, сталь 60С2Н2А, сталь 50С2, магниевые сплавы, алюминий, медные сплавы, сталь 20. Отмечаем, что для классических виброизоляторов хорошо зарекомендовало себя применение рессорных сталей. Они имеют высокие прочностные качества и высокие показатели надежности. Однако для создания систем с квазиулевым жесткостью нужно обеспечивать определенный

прогиб систем, т.е. материал должен обладать и высокой эластичностью.

Установлено, что из представленных вариантов наилучшим соотношения прочностных и эластичных свойств обладают титановый сплав ВТ-20 и сталь 60С2Н2А. Так, сталь 60С2Н2А имеет высокий предел упругости, предел выносливости, сохраняет упругие свойства в течение длительного времени. Данная сталь имеет высокую прокаливаемость, большую прочность и можно ее применять в условиях больших динамических нагрузок. Титановый сплав сочетает легкость, прочность, высокую коррозионную стойкость, низкий коэффициент теплового расширения, возможность работы в широком диапазоне температур. Он хорошо сваривается - прочность сварного соединения равна прочности основного металла. Поэтому титановый сплав облегчает монтаж упругой пластины и обладает широким диапазоном эксплуатационных условий. Отмечаем, что в целом, использование рессорной стали 60С2Н2А в качестве материала пластины с квазиулевым жесткостью позволяет выдержать более высокую нагрузку, а титановый сплав более высокий запас прочности по напряжению.

На рисунках 4 и 5 показаны результаты моделирования исследуемой конструкции из титанового сплава. Силовая характеристика представлена на рисунке 4.

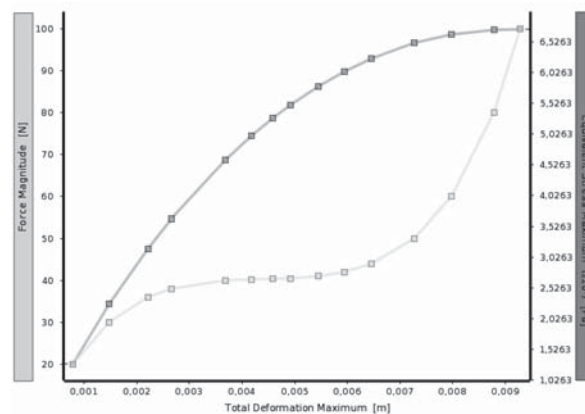


Рисунок 4. Результаты расчета модели
1 — наибольшие напряжения в материале;
2 — силовая характеристика;

Обработка результатов компьютерного эксперимента показала, что наименьшая жесткость 335 Н/м наблюдается при нагрузке 40,5 Н (4,1 кг) и прогибе 4,92 мм. Запас прочности по нагрузке в этой точке составляет 1,69. Напряженное состояние пластины при рабочей нагрузке изображено на рисунке 5.

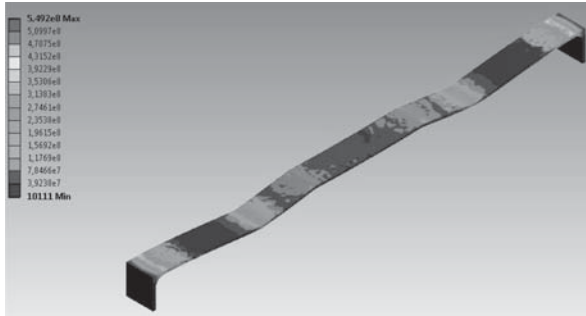


Рисунок 5. Напряженное состояние пластины в рабочей точке

Определена частота собственных колебаний виброизолятора при рабочей нагрузке (применен анализ Modal Analyses) – 0,59 Гц. Данное значение на порядок меньше, чем у традиционных резиновых и пружинных виброизоляторов. Таким образом, виброизолятор может эффективно работать, начиная с частоты 2 Гц и выше [4].

Для лучшего проектирования и исследования виброизоляторов данного типа необходимо определить аналитическую зависимость между формой виброизолятора и его основными характеристиками: силовой характеристикой, жесткостью, оптимальной нагрузкой, частотой собственных колебаний.

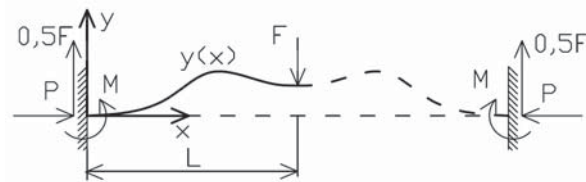


Рисунок 6. Расчетная схема

Рассмотрим следующую расчетную схему (рисунок 6). На каждую точку от левой половины конструкции действуют вертикальная и горизонтальные составляющие реакции опоры, момент реакции M . В силу симметрии конструкции вертикальная составляющая реакции опоры равна половине нагрузки F , горизонтальная — силе сжатия пластины в продольном направлении. Получаем уравнение изгиба пластины

$$\frac{d^2 y_1(x)}{dx^2} + \frac{M}{EI} + \frac{P(y_1(x) + y_0(x))}{EI} - \frac{Fx}{2EI} = 0, \quad (1)$$

где y_1 — вертикальное смещение точки пластины;

M — момент реакции в опоре;

E — модуль Юнга материала пластины;

I — момент инерции сечения пластины;

P — сила сжатия пластины;

y_0 — ордината точки пластины в ненапряженном состоянии;

F — нагрузка на пластину;

x — абсцисса точки.

Форма пластины после приложения нагрузки F будет описываться уравнением $y(x) = y_0(x) + y_1(x)$. Сила сжатия пластины описывается следующим выражением

$$P = \frac{EA}{L} \Delta, \quad (2)$$

где A — площадь сечения пластины;

L — длина половины пластины;

Δ — сжатие левой половины пластины.

Итак, получаем уравнение, описывающее деформацию виброизолятора

$$\frac{d^2 y_1(x)}{dx^2} + \frac{A}{LI} \Delta \cdot y_1(x) = \frac{Fx}{2EI} - \frac{M}{EI} - \frac{A}{LI} \Delta \cdot y_0(x), \quad (3)$$

Аппроксимируем положение пластины в недеформированном состоянии $y_0(x)$ полиномом

$$y_0(x) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \left(\frac{x}{L}\right)^i, \quad (4)$$

где A_i — коэффициенты аппроксимирующего полинома.

При этом должно выполняться условие, что угол наклона пластины в середине пластины равен нулю,

т.е. $y_0'(L) = 0$, иначе говоря $\sum_{i=0}^{\infty} i \frac{A_i}{L} = 0$. Отмечаем, что поскольку пластина в опорах не имеет свободы пере-

мещений, то выполняется $y_0(0) = 0$, $\frac{dy_0}{dx}(0) = 0$, т.е. $A_0 = 0, A_1 = 0$.

Использование полинома в качестве аппроксимирующей функции позволяет свести дифференциальное уравнение (3) к линейному неоднородному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида, что приводит к возможности получения строгого аналитического решения. Итак, решение уравнения представляемо в виде суммы частного и общего решения $y_1(x) = y_1 \cdot (x) + \hat{y}_1(x)$, где общее решение

$$\hat{y}_1(x) = C_1 \cdot \cos \sqrt{\frac{A}{LI}} \Delta \cdot x + C_2 \cdot \sin \sqrt{\frac{A}{LI}} \Delta \cdot x.$$

Поскольку пластина в опорах не имеет свободы

перемещений, то $y_1(0) = 0$, $\frac{dy_1}{dx}(0) = 0$ то получаем, что $C_1 = 0$ и $C_2 = 0$. Частное решение ищется в виде полинома

$$y_1 \cdot (x) = Q(x),$$

где $Q(x)$ — многочлен степени определенной степени.

Таким образом, решение уравнения (3) можно искать в виде

$$y_1(x) = y_1 \cdot (x) + \hat{y}_1(x) = \sum_{i=0}^{\infty} B_i \left(\frac{x}{L}\right)^i, \quad (5)$$

где B_i — коэффициенты аппроксимирующего полинома. Отмечаем, что $B_0 = 0$, $B_1 = 0$.

Подставляем (4) и (5) в дифференциальное уравнение (3)

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{\infty} i(i-1) \frac{B_i}{L^2} \left(\frac{x}{L}\right)^{i-2} + \frac{A}{LI} \Delta \cdot \sum_{i=0}^{\infty} B_i \left(\frac{x}{L}\right)^i = \\ = \frac{Fx}{2EI} - \frac{M}{EI} - \frac{A}{LI} \Delta \cdot \sum_{i=0}^{\infty} A_i \left(\frac{x}{L}\right)^i. \end{aligned}$$

Согласно методу неопределенных коэффициентов, получаем систему из следующих уравнений

$$\begin{aligned} 2 \frac{B_2}{L^4} + \frac{A}{LI} \Delta \cdot B_0 &= -\frac{M}{EI} - \frac{A}{LI} \Delta \cdot A_0, \\ 3 \cdot 2 \frac{B_3}{L^3} + \frac{A}{LI} \Delta \cdot \frac{B_1}{L} &= \frac{F}{2EI} - \frac{A}{LI} \Delta \cdot \frac{A_1}{L}, \\ 4 \cdot 3 \frac{B_4}{L^4} + \frac{A}{LI} \Delta \cdot \frac{B_2}{L^2} &= -\frac{A}{LI} \Delta \cdot \frac{A_2}{L^2}, \\ (i+2)(i+1) \frac{B_i}{L^i} + \frac{A}{LI} \Delta \cdot \frac{B_i}{L^i} &= -\frac{A}{LI} \Delta \cdot \frac{A_i}{L^i}, \quad \text{при } i \geq 2 \quad (6) \end{aligned}$$

Из данной системы, очевидно, найдется коэффициенты B_i — поскольку $B_0 = 0$ и $B_1 = 0$, то неизвестные коэффициенты выражаются последовательно от первого уравнения к последующим. Неизвестный момент M находится из условия, что $y'_1(L) = 0$, т.е.

$$\sum_{i=0}^{\infty} i \frac{B_i}{L} = 0$$

. Сжатие пластины Δ находится как разность ее длин до и после приложения нагрузки

$$\begin{aligned} \Delta &= \int_0^L \sqrt{1 + \left(\frac{dy_0}{dx}\right)^2} dx - \int_0^L \sqrt{1 + \left(\frac{dy_1}{dx} + \frac{dy_0}{dx}\right)^2} dx \approx \\ &\approx \frac{1}{2} \int_0^L \frac{dy_1}{dx} \cdot \left(\frac{dy_1}{dx} + 2 \frac{dy_0}{dx}\right) dx, \\ \Delta &= \frac{1}{2} \int_0^L \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{B_i}{L} \left(\frac{x}{L}\right)^{i-1} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{B_i + 2A_i}{L} \left(\frac{x}{L}\right)^{i-1} \right) dx, \quad (7) \end{aligned}$$

Интеграл определяется в зависимости от того, сколькими членами ограничим аппроксимацию полиномом, дальнейшее нахождение интеграла от многочлена не составит труда. Итак, уравнения (6-7) в совокупности с описанными выше граничными условиями приводят к аналитическому описанию деформации виброизолятора в зависимости от нагрузки F . Сочетание аналитического подхода к разработке виброизолятора с квазиулевой жесткостью с компьютерным моделированием позволит достичь более быстрого и качественного проектирования виброзащитных устройств с требуемыми свойствами.

Итак, была показана возможность создания виброизолятора с квазиулевой жесткостью, состоящего из одного элемента. Такой виброизолятор обладает малыми габаритами по высоте, незначительными силами трения. Данная конструкция позволит более качественно снижать негативное вибрационное воздействие на персонал и оборудование нефтегазовой отрасли.

ЛИТЕРАТУРА

1 Алабушев, П.М., Гритчин А.А. Виброзащитные системы с квазиулевой жесткостью. Л.: Машиностроение, 1986. 96 с.

2 Carrella, A., Friswell M.A., A passive vibration isolator incorporating a composite bistable plate //IPACS Open Access Electronic Library, Open Library, 6th Euromech Nonlinear Dynamics Conference, ENOC 2008.

3 Валеев А.Р., Зотов А.Н., Тихонов А.Ю., Виброизоляционная подвеска валов

с квазиулевой жесткостью //Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов. 2010. №3. С.68 – 71.

4 Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. Л.: Политехника. 1990. С. 272.

Валеев А.Р., аспирант кафедры «Транспорт и хранения нефти и газа», ФГБОУ ВПО УГНТУ
Valeev A.R., postgraduate student of chair «Transport and storage of oil and gas», FSBEI USPTU

Коробков Г.Е., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Транспорт и хранение нефти и газа», ФГБОУ ВПО УГНТУ

Korobkov G.E., doct.tech.sci, professor of chair professor «Transport and storage of oil and gas», FSBEI USPTU
e-mail: anv-v@yandex.ru