

**А.А. Паранук**  
Кубанский государственный  
технологический университет

**АА. Paranuk**  
Kuban State Technological University

Рассматривается проблема образования гидратов в газосборной сети, строится математическая модель, которая позволяет рассчитать гидравлические характеристики процесса, а также произвести тепловой расчет. Для решения автор приводит сравнение полученных значений математической модели и коэффициента гидравлического сопротивления. Превосходящее в 1,5 раза значение коэффициента гидравлического сопротивления свидетельствует о возможном начале загидрачивания на звеньях сети.

Are considered a perspective of formation of hydrates in a gas-gathering network, the mathematical model which allows to calculate hydraulic characteristics of process is under construction, and also to make thermal calculation. For the solution of this problem it is necessary to compare the received values on mathematical model and to compare factor of hydraulic resistance. If values of factor of hydraulic resistance surpass the previous values in 1,5 times, it testifies to the possible beginning of a zagidrachivaniye on network links.

*Ключевые слова:* газосборная сеть, коэффициент гидравлического сопротивления, топологическая схема сети, математическая модель.

*Keywords:* gas-gathering network, factor of hydraulic resistance, topological scheme of a network, mathematical model.

Следует отметить, что представленная математическая модель процесса, предназначена для контроля состояния газосборной сети промышленных трубопроводов при образовании гидратов на внутренних поверхностях труб.

В результате решения поставленной задачи вычисляются температура и давление газа в промежуточных узлах сети, по которым можно проверить условие гидратообразования, а также коэффициенты гидравлического сопротивления звеньев сети, по увеличению которых можно сделать вывод о наличии гидратов

Гидравлический расчет:

Используемая математическая модель процесса движения газа представляет собой систему алгебраических уравнений второго порядка, включающую уравнения двух типов:

а) уравнения гидравлических потерь на каждом из звеньев сети:

$$f_{l(i,j)}(X) = p_i - p_j - \frac{16\lambda_{ij}Q_{ij}|Q_{ij}|L_{ij}}{\pi^2 d_{ij}^5 (\rho_i + \rho_j)} - \frac{8\zeta Q|Q|}{\pi^2 d^4 \rho};$$

$$(l = 1, \dots, L) \quad (1)$$

Определение коэффициентов местных гидравлических сопротивлений регулирующих органов на скважинах следующее

$$\zeta_i = \pi^2 d_{ij}^4 \frac{(p_i^0 - p_i^1) \rho_i^0}{8(Q_i^0)^2}; (i=1, \dots, N)$$

Здесь  $\rho_i^0$  — плотность газа соответствующая статическому давлению;

$p_i^0, p_i^1$  — давление после прохождения запорно-регулирующего устройства на  $i$ -ой скважине.

Для звеньев сети коэффициенты гидравлического сопротивления имеют следующий смысл

$$\lambda_{ij} = \pi^2 d_{ij}^4 \frac{|p_i - p_j|}{16Q_{ij}^2} (\rho_i + \rho_j); (i, j=1, \dots, N+M)$$

Плотности  $\rho_i$  вычисляются из условия:

$$\frac{p_i^0}{\rho_i T_i} = \frac{p_1^0}{\rho_1 T_1}.$$

Плотность  $\rho_1$  вычисляется по абсолютной температуре  $T_1$  и абсолютному давлению  $p_1$  на входе в ППА

$$\rho_1 = \frac{p_1 \mu}{R Z T_1}; \mu \approx 0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}; R \approx 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}; Z \approx 0,8.$$

Последнее слагаемое в уравнении (1) добавляется в том случае, если один из узлов звена совпадает с концевым узлом, так если концевой узел имеет номер  $j$ , то:  $\zeta = \zeta_j, \rho = \rho_j, d = d_{ij}, Q = Q_{ij}$ .

б) уравнения баланса массовых расходов для каждого промежуточного узла:

$$f_m(X) = \sum_{i,j} \sigma Q_{ij}; \quad m = L+1, \dots, L+M \quad (2)$$

Здесь сумма берется по звеньям входящим в узел и выходящим из узла, причем  $\sigma = 1$ , если  $m = j$ , и  $\sigma = -1$ , если  $m = i$ ,  $\sigma = 0$  — если звена  $(i, j)$  нет.

Полученная система уравнений содержит  $L+M$  неизвестных:

$$(Q_{i(l)j(l)} : l = 1, \dots, L;$$

$p_m : m = N + 1, \dots, N + M) = X$  — вектор решения.

$F = (f_k : k = 1, \dots, L + M)$  — вектор невязки системы уравнений.

Тепловой расчет:

Обычно, для приближенного расчета распределения температуры используется закон ее экспоненциального убывания в зависимости от координаты вдоль трубы. При этом вся информация о физических свойствах газа, скорости его движения и о теплопроводности стенок трубопровода заложена в один коэффициент, входящий в показатель экспоненты и умножающийся на длину вдоль трубы [1]. Более совершенные модели, учитывающие перемещение газа по сечению трубы сложны с точки зрения алгоритмизации и их практическое использование затруднительно.

Здесь предлагается модель, занимающая промежуточное положение, т.е. одномерная с точки зрения движения газа, но учитывающая распределение температуры по сечению потока. Эта модель, с одной стороны, достаточно проста, легко алгоритмируется и реализуется на компьютере, а с другой стороны, информация о физических свойствах процесса в ней сводится к двум безразмерным параметрам, один из которых (условно) отвечает за теплопередачу от газа к стенке, а другой — за теплоперенос внутри самого газа.

Предполагается существование внутри сечения потока газа турбулентного ядра, в котором происходит интенсивный конвекционный поперечный теплообмен и усредненную по времени температуру можно считать одинаковой во всем сечении. При развитом турбулентном течении в трубе можно считать, что скорость течения газа характеризуется одним средним значением  $V$ . Распределение температуры по поперечному сечению трубы, в отличие от распределения скоростей при этом, нельзя считать постоянным, хотя бы потому, что в отличие от газа, тепло проникает сквозь стенку трубы. Рассмотрим координаты  $x, r$  соответственно вдоль и поперек трубы, при этом  $x$  отмеряется от начала шлейфа, а  $r$  — от осевой линии трубы. Температуру, усредненную по времени, будем считать зависящей от этих координат  $T(x, r)$  и подчиняющейся линейному стационарному уравнению теплопроводности:

$$V \frac{\partial T}{\partial x} = \mu \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) \quad (3)$$

Здесь  $\mu = \frac{\chi}{\rho c}$ ,  $\chi$  — коэффициент теплопроводности газа,  $\rho, c$  — это плотность и теплоемкость газа соответственно (подразумевается теплоемкость при

постоянном объеме) решение этого уравнения производится со следующими граничными условиями:

$$T(0, r) = T_0; \quad T(x, R) = T_*$$

Здесь  $R$  — это радиус трубы,  $T_0, T_*$  — это температуры в начале шлейфа и на стенке трубы соответственно.

При обезразмеривании, уравнение (3) примет следующий вид (безразмерные переменные обозначены теми же буквами, масштаб длины, используемый для обезразмеривания — это  $R$ ):

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\mu}{VR} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) \quad (4)$$

Будем считать, что  $\varepsilon = \frac{\mu}{VR} \ll 1$  и введем масштабированную переменную  $y$ :

$R - r = y\sqrt{\varepsilon}$ , тогда вторым и третьим слагаемыми в правой части уравнения (4) можно пренебречь по сравнению с первым (введение теплового пограничного слоя):

$$T(x, y); \quad x, y \geq 0;$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2};$$

$$T(0, y) = T_0;$$

$$T(x, 0) = T_*$$

Решением этой задачи будет уравнение

$$T = T_* + \frac{T_0 - T_*}{2\sqrt{\pi x}} \int_0^\infty \left( \exp\left(-\frac{(y-z)^2}{4x}\right) - \exp\left(-\frac{(y+z)^2}{4x}\right) \right) dz.$$

Из него, в частности, получается следующее:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{T_0 - T_*}{\sqrt{\pi x}}; \quad T|_{y \rightarrow \infty} = T_0$$

После перехода к немасштабированным, а затем к размерным величинам получим:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = -\frac{T_0 - T_*}{\sqrt{\pi \varepsilon x}}$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = -(T_0 - T_*) \sqrt{\frac{V}{\pi \mu x}}$$

и, соответственно,

Обозначим через  $D$  диаметр трубопровода, а через  $q(x)$  — удельную по длине вдоль трубы теплоту газа,  $T(x)$  — температуру газа в турбулентном ядре сечения потока с координатой  $x$ ,  $T_+$  — температуру снаружи от трубы (т.е. температура грунта).

Систему уравнений теплообмена газа с наружной средой можно записать в следующем виде (в соответствии с обозначениями, приведенными выше,  $T = T|_{y \rightarrow \infty} = T_0$ ):

$$V \frac{dq}{dx} = \chi D (T_+ - T) \sqrt{\frac{V\pi}{\mu x}} = V \frac{dT}{dx} \frac{\pi D^2}{4} \rho c = \pi D K (T_+ - T_*)$$

При этом температура внешности трубы (т.е. средняя температура грунта) считается не зависящей от температуры газа, а температура внутренней стенки – зависящей (под стенкой трубы понимается не только металл, но и теплоизоляция).

В цепочке равенств первое – это уравнение теплоотдачи от газа к внутренней стенке трубы, второе – это уравнение нагрева газа, а третье – это уравнение передачи тепла через стенку. Здесь  $K$  – это коэффициент теплопроводности стенки трубы.

Исключением  $q$ ,  $T_+$  из этой системы уравнений, можно получить следующее:

$$T_* = T_+ - \frac{DcV\rho}{4K} \frac{dT}{dx};$$

$$\frac{\pi D^2}{4} cV\rho \frac{dT}{dx} = \chi D \left( T_+ - T - \frac{DcV\rho}{4K} \frac{dT}{dx} \right) \sqrt{\frac{\pi V}{\mu x}}$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{4\chi}{\rho cVD} \sqrt{\frac{\pi V}{\mu x}} \frac{T_+ - T}{\pi + \frac{\chi}{K} \sqrt{\frac{\pi V}{\mu x}}}$$

Это дифференциальное уравнение может быть переписано в следующем виде:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{4}{D} \sqrt{\frac{\pi\mu}{Vx}} \frac{T_+ - T}{\pi + \frac{\chi}{K} \sqrt{\frac{\pi V}{\mu x}}}$$

При постановке задачи о расчете распределения температур в газосборной сети считаются известными следующие данные:

- а) температуры в конечных точках сети;
- б) массовые расходы газа на звеньях сети, которые измеряются датчиками и корректируются гидравлическим расчетом;
- в) все физические величины, входящие уравнение (5), кроме  $T(x)$ .

Перечень принятых допущений и оценка соответствия принятой модели реальному процессу (объекту) в различных режимах и условиях работы:

- а) стационарность течения и квадратичное гидравлическое сопротивление для всех звеньев сети – предположение о постоянстве коэффициентов  $\lambda_{ij}$ ,  $\zeta_i$  при решении системы уравнений (1), (2);
- б) пренебрежение местными гидравлическими потерями в промежуточных узлах сети, фактически, включение их в сопротивление звеньев;
- в) слабое влияние изменения температуры на механические параметры движущегося газа (изотермическое условие в расчете).

Допущение а) выполнено для достаточно больших чисел Рейнольдса

$Re > 10^5$ , что соответствует реальной ситуации на шлейфах, ведущих от скважин к УКПГ, так как  $V \approx 3 \frac{M}{c}$ ;  $d \approx 0.4 м$ ;  $v \approx$

$$\approx 10^{-5} \frac{M^2}{c} : Re = \frac{Vd}{v} \approx 1.2 \cdot 10^5$$

Допущение б) оправдывается тем, что длины звеньев трубопроводной сети между соседними разветвлениями значительно превосходят диаметры труб.

Ограничения на точность (погрешность) и время решения задачи обусловлены размером и топологией сети (количеством звеньев и узлов). Допустимая погрешность определяется в процессе расчетов с каждой конкретной сетью.

### Алгоритм решения

Алгоритм гидравлического расчета состоит в обработке массива переменных  $X$  итерациями метода Ньютона, то есть следующей вычислительной процедурой:

$$X^{(n+1)} = X^{(n)} - Y^{(n)} ; \quad F^{(n)} = \frac{\partial F}{\partial X} \Big|^{(n)} Y^{(n)}$$

Здесь  $n$  – номер итерации,  $\frac{\partial F}{\partial X}$  – матрица Якоби системы уравнений (1, 2) для ее невязки. Решение линейной системы уравнений производится методом Гаусса. Итерации прекращаются, как только все компоненты невязки стали меньше  $\varepsilon$ .

Подбор коэффициентов гидравлического сопротивления звеньев  $\lambda_{ij}$  осуществляется по следующему алгоритму:

Этим значениям придается начальное приближение  $\lambda_{ij} = 0,015$ , которые затем изменяются следующим образом:

Если расчетный расход  $Q_{ij}$  на звене сети больше измеренного  $Q_{ij}^0$  на величину, превосходящую 100%, то соответствующее  $\lambda_{ij}$  увеличивается. Если  $Q_{ij}$  меньше  $Q_{ij}^0$ , то  $\lambda_{ij}$  уменьшается. Изменения  $\lambda_{ij}$  производятся одновременно по всем звеньям сети, по формуле

$$\lambda_{ij} = \lambda_{ij}^{old} + \varepsilon \frac{Q_{ij} - Q_{ij}^0}{10000},$$

( $\lambda_{ij}^{old}$  – предыдущее значение  $\lambda_{ij}$ ) после чего производится перерасчет значений  $Q_{ij}$ . Как только изменение всех  $Q_{ij}$  после перерасчета происходит на величину меньшую 100%, шаги изменения  $\lambda_{ij}$  прекращаются, и эти значения используются для анализа состояния газосборной сети.

Анализ состояния сети заключается в сопоставлении полученных  $\lambda_{ij}$  с их значениями, которые они имели ранее (протоколируемые в системе).

Если на каком-либо звене (или группе звеньев) сети коэффициенты  $\lambda_{ij}$  приняли значения, превосходящие предыдущие в 1,5 раза, то это свидетельствует о возможном начале загирачивания на звеньях сети.

Величина превышения  $\lambda_{ij}$  над допустимым значением уточняется в процессе эксплуатации (для безгидратного режима работы газосборной сети и вначале загирачивания).

Алгоритм теплового расчета (расчет распределения температур в газосборной сети) состоит в следующем:

а) начальное приближение для температур в промежуточных узлах сети задается равной температуре на входе в пункт переключающей арматуры (начальное приближение). Затем для каждого звена (шлейфа), зная температуру в его начале, численным интегрированием уравнения (5), вычисляется температура в его конце;

б) в каждом промежуточном узле, зная массовые расходы  $Q_i$  и температуры  $T_i$  газа, в него входящего, определяется температура выходящего из него газа по формуле, являющейся прямым следствием сохранения массы и энергии:

$$T^{sum} = \frac{\sum_i Q_i T_i}{\sum_i Q_i} \quad (\text{сумма берется по звеньям, соответствующим ветке в узел}).$$

После этого температуры в промежуточных узлах получают новые значения (температуры после смешивания потоков). Используя эти значения, снова производится численное интегрирование уравнения (5), вычисляются температуры в конечных точках звеньев, затем определяются температуры в промежуточных узлах и т.д.

Данная итерационная процедура заведомо сходится, причем за число шагов, которое можно заранее оценить, имея топологическую схему сети.

Помимо температуры после смешивания потоков, то есть весового среднего температур газа потоков, смешивающихся в промежуточном узле, находится минимальная из этих температур и звено, концу которого она соответствует;

в) коэффициенты  $K_{ij} = K$  считаются одинаковыми для всех труб и подбираются такими, чтобы обеспечить заданную температуру газа на входе в УКПГ, при этом подборе в программе они меняются все одинаково с шагом  $\Delta K_{ij} = \Delta K$ . Подбор осуществляется так: если расчетная температура на входе в УКПГ меньше измеряемой, то  $K$  уменьшается, и наоборот.

Ввиду того, что скважины время от времени выбрасывают в газосборную сеть пластовую жид-

кость, показания расходомеров, обозначенные в задаче как  $Q_i^0$ , могут осуществлять скачки (от опроса к опросу) относительной величиной порядка 10%, что не допустимо для изложенного алгоритма.

Исходя из вышесказанного, можно сделать вывод о том, что необходима фильтрация данных с целью ликвидации скачков расходов. Если уменьшить чувствительность датчиков, то решение задачи может вообще потерять смысл, по-этому предлагается сравнительно простой алгоритм фильтрации, специально предназначенный для обработки значений расходов, измеряемых на скважинах газосборной сети.

Алгоритм фильтрации следующий:

Берутся два соседних значения времени (два последовательных опроса датчиков – старые и новые значения) и для каждого куста находится минимальное изменение расхода по его скважинам (приращение по модулю).

Старые значения расходов изменяются на величину этого минимального приращения, в те же стороны, то есть, с теми же знаками приращений по сравнению с новыми значениями.

На следующем шаге алгоритма старыми значениями считаются те расходы, что получаются указанным изменением.

Через несколько таких шагов, если есть устойчивая тенденция, то получится изменение расходов в нужные стороны. Значения их будут не совпадать с каждым новым набором измеряемых расходов, но они не будут иметь заметных скачков.

Для расчетов необходимо принять следующие единицы измерения:

массовые расходы газа (в г/с);

давления в гектопаскалях;

длины и диаметры в сантиметрах;

$$\text{с, } \chi \text{ соответственно в } \frac{\text{Джс}}{\text{кг} \cdot \text{град}} = 10^4 \frac{\text{см}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{град}}$$

$$\frac{\text{г} \cdot \text{см}}{\text{с}^3 \cdot \text{град}} = 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}$$

теплоемкость газа,

теплопроводность газа;

температуры в °С;

$\rho_1$  – плотность газа на входе в пункт переключаю-

щей арматуры,  $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ;

коэффициенты  $K_{ij} = K$  теплопроводности стенок шлейфов

$$\frac{\text{г}}{\text{с}^3 \cdot \text{град}} = 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{с}^3 \cdot \text{град}}, K_{ij} = K - \text{это их изменения при идентификации.}$$

Последний параметр и  $N_{\text{step}}$  – число шагов численного интегрирования уравнения (5), являются внутренними программными.

Эти зависимости можно считать универсальными, так как они пригодны и для определения

участков гидратообразования и в технологических трубопроводах компрессорных станций.

### Выводы

Таким образом, представленная методика расчета и математическая модель в полной мере позволяют отследить начало образования гидрата газосборной сети, а также на начальных стадиях развития своевременно ликвидировать гидрат.

Уникальность данной методики является в том, что она может внедряться непосредственно в систему мониторинга состояния газосборной сети и на основании реальных данных просчитывать возможные места образования гидратов. Газосборная сеть-система, состоит из многочисленных систем-скважин и своевременное прогнозирование гидратов в той или иной системе является очень актуальным.

Методы предотвращения гидратообразования дадут наибольший эффект, если еще на этапе проектирования правильно определить конструктивные характеристики скважины и режим ее работы, когда, кроме всего прочего, можно варьировать диаметрами и изоляцией эксплуатационных колонн.

Необходимые для расчета параметры обычно недостаточно известны. В частности, это относится

к теплофизическим свойствам породы, характеристикам качества цементирования. Их можно уточнять, основываясь на опыте эксплуатации, производя адаптацию модели по данным об устьевых температурах. Адаптация к условиям конкретного месторождения позволяет существенно улучшить точность расчетов и скорректировать характеристики применяемых методов.

Окончательный выбор способов предотвращения следует производить, учитывая наряду с технологическими факторами также и экономические затраты по каждому из них. Оптимальным способом предотвращения гидрато- и парафинообразования будет использование комбинаций из предлагаемых альтернатив, например, применение теплоизоляции и электроподогрева с помощью кабеля, переход на другой диаметр НКТ и т.п.

Анализ состояния сети заключается в сопоставлении полученных  $\lambda_{ij}$  с их значениями, которые они имели ранее (протоколируемые в системе).

Если на каком-либо звене (или группе звеньев) сети коэффициенты  $\lambda_{ij}$  приняли значения, превосходящие предыдущие в 1,5 раза, то это свидетельствует о возможном начале загидративания на звеньях сети.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Определение расходов газа в газосборной сети от скважины до УКПГ /Липко А.Н. и др. // Газовая пром-сть. 2003. № 12. С. 63-64.

2. Вяхирев Р.И., Кортаев Ю.П., Кабанов Н.И. Теория и опыт добычи газа. М.: Недра, 1998. 112 с.

3. Басарыгин Ю.М., Булатов А.И., Проселков Ю.М. Бурение нефтяных и

газовых скважин. М.: ООО «Недра - Бизнесцентр», 2002. 632 с.

4. Булатов А.И., Проселков Ю.М. Морские нефтегазовые сооружения. Краснодар: Просвещение-ЮГ, 2006. 412с.

5. Истомина В.А., Квон В.Г. Предупреждение и ликвидация газовых гидратов в системах добычи газа. М.: ООО «ИРЦ Газпром», 2004. 263 с.

6. Зиновьев В.В., Басниев К.С., Будзуляк Б.В. Повешение надежности и

безопасности эксплуатации подземных хранилищах газа. М.: ООО «Недра»-Бизнесцентр», 2005. 412 с.

*Паранук А.А., аспирант кафедры «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов», КубГУ  
Paramuk A.A., postgraduate student of chair «Machines and equipment of oil and gas fields», KSTU  
e-mail: aparanuk@yandex.ru*